**Баяндама тақырыбы:**

**ОҚУШЫЛАРДЫҢ ФУНЦИОНАЛДЫҚ САУАТТЫЛЫҒЫН ДАМЫТУДЫҢ ТИІМДІ ТӘСІЛДЕРІ**

**Сатемирова Еркын Токоневна- математика пәні мұғалімі**

**Кіріспе**

Материалдық әлем белгілі қасиеттерге ие болатын, әрі бір-бірімен белгілі қатыстарда болатын, әрі бір-бірімен белгілі қатыстарда болатын объектілерден құраған. Даму процесінде бұл объектілер өзара әрекеттесіп түрленеді, бір қасиеттерін жоғалтады, ал басқаларына ие болады. Адами танымның ең негізгі міндеттерінің бірі материалдық әлемнің объектілерін, олардың қасиеттерін, өзара қатыстары мен әрекеттерін, олардың түрленуін қарастыру барысында пайда болған білімді практикалық есептерді шешуге қолдану.

Кезкелген ғылым саласы сияқты, математика да адамдардың практикалық мұқтаждықтарынан: жер телімінің ауданы мен ыдыстың сыйымдылығын өлшеу, уықытты есептеу және басқа қажеттіліктерден пайда болған. Математика ешқашан практикадан қол үзіп кете алмайды, өйткені оның түп атасы - практика, адамның тұрмыстық мұқтаждықтары. Адамның бұйымдарды қажетті ретпен топтау, санау, өлшемдері мен түрін табу, олардың өзара орналасу қалпын анықтау секілді жұмыстармен түйіспейтін қызмет саласын атау қиын. Математикасыз құрылыс салудың өзі де мүмкін емес, себебі, ол үшін алдымен құрылысшылардың өзі осылай жасаған.

Адамзат тарихының өткен барлық кезеңдерінде әрқашанда табиғат құпияларын танып білудің негізгі құралы математика болған. Математика бізді айнала қоршаған сандар мен фигуралардан тұратын ерекше әлемнің құпия сырын ашып береді. Ежелгі гректер заманынан бастап-ақ математикамен шұғылдану адамды дұрыс және жүйелі түрде ойлауға, өз ойын тиянақты тұжырымдап айта білуге үйрететіндігі белгілі болған. Ол құрылыстарды тұрғызуға, жолдарды салуға және каналдарды жүргізуге, алыс құрлық жерге жетуде және теңіз саяхаттарын жасауда адамдарға көмектескен.

Кей кездері математикаға ешбір қатысы жоқ болып көрінетін мәселенің өзі математикалық жаңалық ашуға әкеп соқтырады. Мысалы, тамаша ғалым И.Кеплерді (1591-1630) шарап саудагерлерінің формалары әр түрлі бөшкелерінің сыйымдылықтарын қалай анақтайтыны ойға қалдырған. Олар бөшкенің аузындағы тесіктен таяқ жүгіртіп, оның түбіне дейінгі аралықты өлшеген. Кеплер саудагерлердің бөшке көлемін қалай аңықтағанын көріп, формалары бөшке, алма, айва, тіпті түрік сәлдесі секілді заттардың да көлемдерін есептеуге арналған математикалық формула ойлап тапқан. Зерттеулер қорытындысын өзінің «Новая астрономия» (1609 ж.) және «Стеореометрия винных бочек» (1615 ж.) шығармаларында баяндаған. Осы жайт кейіннен өзге ғалымдардың бұл күнде инженерлер мен физиктерге өте қажет жаңа математикалық ғылым - интегралдық есептеуді жасап шығаруларына көмектесті.

Орыс ғалымдары Н.Е. Жуковский мен С.А. Чаплыгин бұдан жарты ғасыр бұрын математиканың көмегімен ұшақтың белгілі бір мөлшердегі жүкті көтеріп ұшуы үшін, оның қанатының формасы мен өлшемдерінің

 қандай болуы керектігін есептеген. Математика ауа райын алдын-ала болжауға, көпірлердің және ғимараттар күмбездерінің беріктігін, Жердің серігі орбиталарын есептеп табуға көмектеседі, т.т.

Ғылым мен техниканың даму мазмұны, экономикалық процестерді басқару теориялары күннен күнге терең математикалық сипат алып келеді. Математиканың ғылыми-теориялық ізденіс-терімен бірге оның практикалық қолданыстарының ауқымы да кеңейіп келеді.

Математикада таным әдістеріне бақылау мен тәжірибе, салыстыру мен аналогия, жалпылау, абстрациялау және нақтылау, индукция мен дедукция, аналаз бен синтез және т.б. әдістер жатқызылатыны белгілі. Бұдан басқа, математиканы оқыту барысыңда оқытудың арнайы әдістері де қолданылады.

Математика әдістерінің бірі - математикалық модельдеу.

Кезкелген математикалық пән нақты өмір құбылыстарының өзін емес, сол құбылыстардың математикалық модельдерін қарастырып зерттейді. Модельдеу бір объектіні танып білуден өзгесіне немесе өзгесінен нақты объектілерді танып білуге өтуді білдіреді.

Модель дегеніміз нақты өмірде бар немесе қияли елестететін жүйе. Ол таным үрдісінде өзге жүйені - түпнұсқаны алмастырады және сипаттайды, әрі түпнұсқамен ұқсастық қатыста тұрады. Осының арқасында модельдерді зерттеу түпнұсқа туралы ақпарат алуға мүмкіндік береді. Модель мен реалды объектінің арасында белгілі сәйкестік болуы керек. Осы сәйкестіктің көмегімен модель туралы білім реалды объектіге қолданылады, яғни салыстырмалы жасанды жүйе туралы алынған білім табиғи жүйеге таратылады.

Тек қана адекватты және эффективті модель таңдап және қорытындыны дұрыс талдап әрі интерпретациялағанда ғана ол нақты өмірге сәйкес болады. Сондықтан, математика әрқашанда реалді құбылыстың бір моделімен жұмыс істейді. Ал қажетті модельді таңдап алу өзімізге (зерттеушіге) байланысты. Мысалы, барлық негізгі элементар функциялар маңызды табиғи процестердің модельдері болып табылады.

Сондықтан элементар функциялармен жұмыс істеу, олардың графигін салу, жуық мәндерін есептеу, олардың асимптоталық қасиеттерін зерттеу әртүрлі математикалық модельдерді қарастыру үшін қажет.

Математика мен нақты өмірдегі құбылыстардың өзара байланысы практикада жобамен былай іске асырылады: реалды объект туралы нақты және орынды дерек жинау және оны талдау, одан математикалық модельді талдау және осы модель негізінде қорытынды шығару, одан қорытындыны талдау және заттық интерпретация жасау.

Математикалық моделін жасауға болатын ғылымның кез келген саласында қалаған дәлдікте нәтиже алуға болады. Математиктерді тек бір сұрақ толғандырады - қабылданған модель аясындағы қорытындылардың дұрыстығы. Бірақ ол нақтылықпен оның математикалық моделінің арасындағы байланысты түсіндіруге міндетті екенін анықтау керек. Мұнда зерттеуде қолданылатын ұғымдар мен әдістер мазмұнынан алшақтаған сайын, осы әдістердің қолдану шеңбері кеңейе түседі. Алайда, математиканың әмбебаптығы абсолютті емес. Математикалық әдістері қолданумүмкіндігінің өзі - ғылымның абстрактілік дәрежесін көрсетеді.

Қазіргі экономика, биология мен химия және т.б. ғылымдардың математикалануы күрделілігі әртүрлі математикалық модельдердің қолданылуымен сипатталады. Экономикалық әдебиеттерден топология мен функционалдық анализге сүйену, абстрактілі аксиоматикалық қазіргі кездегі басқа да құралдарын пайдалану мысалдарын кездестіреміз.

Математика ғылымының үздіксіз кеңеюі және өзгеруі математика тілін және әдістерін басқа ғылымдарда қолданудың көбеюі себебінен. Математикалық әдісті белгілі бар салада қолдану үшін ол салада реалды объектілердің моделі болатын абстрактілі объектілер эәне оларды айқындайтын ұғымдар құрылған болуы керек.

Қолданыстағы математикалық ұғымдардың пайда болуы мен қалыптасуын көрсету - оқушылардың нақты білімін тереңдетуге, математиканың сабақтас пәндермен байланыстарын нығайтуға мүмкіндіктер береді.

Математиканың оң ықпалы қазіргі күндері механика, физика және астрономия сияқты ғылымдармен ғана шектелмейді, ол химия, биология, геология сияқты басқа да табиғаттану ғылымдарына, сондай-ақ қоғамдық ғылымдардың кейбір салаларына, ең алдымен, экономика мен лингвистика ғылымдарына әсерін тигізуде.

Соңғы жылдарда математикалық әдістер, дәстүр бойынша сипаттамалы деп есептеліп келген, тарих сияқты ғылымдарда да қолданыла бастады. Тарих толығымен даталардан және соған сәйкес орындалған оқиғалардан тұрады. Оларды есте сақтау үшін математикалық ойлау қабілеті (бұған жаттығұға болады) немесе оқиғалардың логикалық тізбегін қадағалай білу қажет. Математикалық әдістер мен есептеу техникасы ғылым мен техниканың тарихын зерттеуде де қолданылады.

Математиканың географиямен байланысына келсек, онда қалалардың арақашықтығын анықтағанда масштаб, қолда бар карталар пайдаланылады, сол сияқты қарапайым математикалық есептеулер арқылы да қажетті деректерді алуға болады.

Астрономияда жиі қолданылатын математика салаларының бірі - тригонометриялық функциялар теориясы. Аспан денелерінің ара қашықтықтары мен олардың аумағын анықтауда тригонометриялық есептеулер өте дәл мәліметтер береді. Мысалы, Жерден Айға дейінгі қашықтықтықты есептеу мен оның аумағын анықтау математиканың астрономияда да қолданыс табатынын көрсетеді.

**Негізгі бөлім**

Мұғалім жаңа математикалық ұғымдарды еңгізу барысында олардың өмірдегі, басқа пәндердегі қолдануын көрсетіп отыруы қажет. Себебі математикада оқытылатын тендеулер, теңсіздіктер, олардың жүйелері, функциялар әртүрлі процестердің математикалық моделі болып табылатыны анық. Сонымен қатар модель жасауда әртүрлі математикалық объектілер: сандық таблицалар, әріпті формулалар, қатарлар, геометриялық фигуралар, әртүрлі схемалар, Венн диаграммалары, графтар және т.б. қолданылады.

Турасына келгенде, мекетептегі математика курсының кезкелген дерлік тақырыбын оқыту математикалық модель құрастырумен аяқталады, оны құрастыруға индуктивті де, дедуктивті де әдістер қолданылады. Талқылау нәтижесінде, қандай да бір формула, график, алгоритм және т.б. шығарып алуда біз модельдеу ісімен айналысамыз. Объект қаншалықты күрделі болса, оның танымдық бейнсін әр қырынан ашатын түсіндірмелері де соншалықты көбірек қажет болады.

Ғылыми ақпарат көлемінің көбею жағдайында оқушылардың ойлау қабілетін дамутудың маңызы өте зор. Сондықтан оқушылардың өзіндік жұмыс істеуінің ролін күшейтуге, барлық оқу пәндері бойынша олардың теориялық білімдер шеңберігің кеңеюіне аса назар аудару керек. Оқушылар білімдерге сүйенулері қажет. Оқушылардың бұрын алған білімдерін тереңдетуге және бекітуге, олардың белсенділігін арттыруға пәнаралық байланыстар өте көп себептеседі.

Әдетте, жаңа тақырыпты өту барысында оқушылардың оған деген қызығушылығын ояту керек, жаңа материалдың теориялық және практикалық мағынасын, басқа пәндердегі қолдану мүмкіндіктерін көрсету қажет. Математикалық есептер оқушылардың ұғымдарды, теорияны және математика әдістерін меңгерудің тиімді де, айырбасталмайтын құралы болып табылады. Осы сұрақтарды ашуда негізгі роль «пәнаралық мазмұнды есеперге» жүктеледі. Оқушылар іс жүзінде кездесетін есептерді шеше білулері тиіс, ал мұғалім ол үшін осы заманғыы ғылыми білімді математикаландыру жетістіктерін сабақта пайдаланып отыруы керек.

Пәнаралық есептер берілген оқу пәнінің сабағында әр түрлі мақсатпен

қолданылады: оқушылардың берілген пән бойынша білімін нығайтып, терендету үшін; сол білімдердің қолданылуын көрсету үшін; оқушылардың кәсіби білімі мен білігін қалыптастыру үшін және т.б. Мысалы, есептің берілген шарттары бойынша жәшік жасау арқылы оқушылар материал үнемдеуді іс жүзінде үйренеді. Үй, басқа да құрылыс салғанда олардың формасына назар аударып, қанша кірпіш үнемдеуге болатынын біледі; газгольдерді (газ жиналатын, сақталатын орын), бензин сақтайтын цистерналарды жасағанда олардың формалары шарға жақындағанда қажетті темірдің үнемделетінін біледі.

Пәнаралық есептерді шешу үшін де математикалық модельдеу қолданылады. Мектепке мазмұнды есептің шарты бойынша құрылған теңдеу әдетте оның алгебралық моделі болып табылады. Геометриялық есептегі фигураның берілген және белгісіз мәндеріне сүйеніп салынған суреті есептің геометриялық моделі болып табылады.

**Мысал-1.Дыбысзорайтқыштар**

ЕСЕП

 Алаңға 13 дыбыс зорайтқыш орнатылған: бұлар біреуінде, екіншісінде 9 аппарат болатын екі топқа бөлініп орналасқан. Топтардың аралығы 50 м. Екі топтың даусы бірдей күшпен естілу үшін қай жерде тұру керек?



ШЕШУІ

 Егер аппараты аз топтан ізделінді нүктеге дейінгі қашықтықты х арқылы белгілесек, онда оның аппараты көп топқа дейінгі қашықтығы 50-х арқылы өрнектеледі (16-сурет). Дыбыс күшінің ара қашықтықтың квадратына пропорционал әлсірейтінін ескере отырып, мына теңдеуді шығарып аламыз:



ықшамдаған соң бұл мына түрге келеді:

,

 Мұны шешіп, екі түбір табамыз:



 Оң түбір есептің сұрауына тікелей жауап береді: дауыс бірдей естілетін нүкте төрт дыбысзорайтқыштан тұратын топтан 20 м қашықтықта, сондықтан тоғыз аппараттан тұратын топтан 30 м қашықтықта орналасқан.

 Теңдеудің теріс түбірі нені білдіреді? Оның мағынасы бар ма?

 Сөзсіз мағынасы бар. Минус таңбасы дауыс бірдей естілетін екінші нүктенің теңдеу құру кезінде оң деп қабылданған бағытқа қарама-қарсы бағытта жататынын білдіреді.

 Төрт аппарат орналасқан жерден қажетті бағытта 100 м өлшеп дыбысзорайтқыштардың екі тобынан дауыстың бірдей күшпен естілетін нүктесін табамыз. Бұл нүкте тоғыз аппараттан тұратын топтан 100 м +50 м =150 м қашықтықта жатады.

 Сонымен біз дыбыс шығатын көздердің арасын қосатын түзудің бойында жататын, дыбыс бірдей күшпен естілетін екі нүктені іздеп таптық. Бұл түзудің бойында басқа мұндай нүктелер жоқ, бірақ ондай нүктелер ол түзуден тысқары жерлерде бар. Біздің есебіміздің талабын қанағаттандыратын нүктелер жиыны сол табылған екі нүктені диаметрінің екі ұшы ретінде алып жүргізілген шеңбер екенін дәлелдеуге болады. Бұл шеңбер едәуір аймақты (суретте шрихталып көрсетілген) қоршап жатады, мұның , ішінде төрт дыбысзорайтқыштан тұратын топтың дауысынан күштірек естіледі, ал бұл шеңберден тысқары жерде бұған кері құбылыс байқалады.

**Мысал-2.Фотосуретте иррационал санның қолданылуы**

Фотографтарда √2 нөмірін қолдануға себеп бар. R радиосы бар шеңберді қарастырыңыз. Оның аумағы πR². Егер біз аймақты екі есе құрғымыз келсе, радиустың қай санымен көбейтілу керек деп ойлайсыз? Ал жартысы қанша болса - қалай бөлуге болады? Тағы да біз √2 санымен танысамыз.

 

Бұл суретке қалай қатысты? Қолмен жұмыс режимінде түсіргенде, біз фокусты және экспозицияны реттей аламыз. Соңғысы люстра жылдамдығы мен линзаның диафрагмасы арқылы анықталады - линзалар арқылы жарық ағыны пленка немесе камераның матрицасына реттеуге мүмкіндік беретін айнымалы радиусы тесік. Егер жарық жарқын болса, раманы жарықтандырмау үшін диафрагма тесіктері азаяды. Егер жарық төмен болса - бұл күндіз немесе тіпті түнде - диафрагма ашылуы артады, әйтпесе жақтау тым қараңғы болады. Диафрагманың өлшемдері тұрақты мәнге ие: бір бөлікпен жабылған кезде, тесік аймағы екі есе, радиусы тиісінше √2 рет. Диафрагтық шкала бойынша бөлімшелер диафрагманың санына сәйкес келеді: 2; 2.8; 4; 5.6; 8; 11; 16; 22 және т.б. Үлгі айқын емес, бірақ іс жүзінде бұл √2 (кейбір себептермен математикалық заңдарға сəйкес емес дөңгелектенген) өкілеттіктерінің шамаланған мəні ғана емес:





Өйткені, егер алдыңғы бөлігіндегі жартысы бар аймақты қамтитын топтар топтамасын алу керек болса, онда біз түпнұсқа шеңбердің радиусын √2 арқылы бөліп отыруымыз керек. Осылайша, осы сериядан алынған екі еркін шеңбердің радиусы әрқашан √2 қуатына тең болады.

**Қорытынды**

Математика ғылым ретінде әу баста есептен пайда болған және есеп арқылы дамиды. Мектеп математикасын оқытуды есепсіз құру мүмкін емес. Математикалық есептер оқушылардың ұғымдарды, теорияны және математика әдістерін меңгерудің тиімді де, айыр-басталмайтын құралы болып табылады.

«Қазақ халқының математикалық білімінің қолданыс жағы басымдау. Ол осынысымен құнды. Осылай десек те қазақтың білімінің тамыры терең. Олар қазіргі тілмен алғанда санаудың әр түрлі жүйесін, мәселең үштік, ондық, тоғыздық, пайдаланған. Тоғыздық жүйе ешбір халықта кездеспейді. Есептері бір, екі, үш, көп белгісізді теңдеулер мен олардың жүйелеріне, арифметикалық және геометриялық прогрессияларға, Бернулли санына, Диофант теңдеуіне, орналастыруларға т.т. келтіріледі. Және де бұл есептерді қазіргі есептеу құралдарымен де шешуге болаыды. Қазақтың мұра бөлу есебі симплекс әдісіне келсе, абжад есебі тек шығыс халқына тән ерекшелік. Мүшел есебі, зекет есебі, пітір есебі, тоғыз құмалақ есебі - өз алдына әнгіме.

Қазақ халқының математикалық білім бастауы - жасаған ер-тұрман әбзелдерінде, құрылыс сәулеттерінде, тартқан домбрасында, жан дәруінде, асыраған малыңда, еккен егінінде, зергерлік бұйымдарында, тоқыған алашасы мен кілемінде, қысқартып айтқанда күн көрінісінде» - деп көрсетеді С.Елубаев [34,4].

Математика ғылым ретінде ешқашан бір орнында тапжалмай тұрып қалған емес. Өмір, практика, толассыз дамып келе жатқан техника және басқа

ғылымдар оның алдына әркез жаңа мәселелер қойып отырады. Бұларды шешу үшін, бұрыннан белгілі білім атаулы жеткіліксіз, сондықтан математик ғалымдарға жаңа әдістер табуға, жаңа теориялар жасауға тура келеді. Казіргі кезде көптеген күрделі математикалық есептеулерді адамның орнына машиналар атқарады.

Оқушылардың натурал сандар туралы шектелген жиынтықты құрайтын объектілерді есептеу процесінде пайда болатын абстракция туралы түсініктері бар болса да, олардың көпшілігі күнделікті өмірде бір-бірінен ерекшеленген объектілерді тек есептеп қана қоймай, шамарды (мысалы, ұзындық, аудан, көлем, температура, уақыт және т.б.) өлшеу керектігін, сонымен қатар бұл процеспен нақты сандарды және оларға амалдарды қолдануды байланыстырмайды. Мысалы, келесі қарапайым есептің:

$$\frac{1}{4}метр=25сантиметр,$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}метр}= \sqrt{25 сантиметр,}$$

$$\frac{1}{2}метр=5 сантиметр$$

қорытындысын түсіндіруде тек оқушылар ғана емес, кейде мұғалімдер де қиналады.

Математиканың басқа ғылымдарға жаппай енуінің себебі неде және оның танымдық ролі мен функциялары қандай деген мәселелерді алдымен мұғалімның өзі түсініп алуы керек.

**ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ**

1. Корень // [Математическая энциклопедия (в 5 томах)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vinogradov_MatEnc_t3.djvu). — М.: [Советская Энциклопедия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%B0%D1%8F_%D0%A0%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%8D%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%8F_%28%D0%B8%D0%B7%D0%B4%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE%29), 1982. — Т. 3.
2. ↑ [Перейти обратно:1](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-ZAY49_2-0) [2](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-ZAY49_2-1) [Элементарная математика, 1976](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#CITEREF%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B01976), с. 49.
3. ↑ [Перейти обратно:1](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-KORN33_3-0) [2](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-KORN33_3-1) [Корн Г., Корн Т. Справочник по математике, 1970](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#CITEREF%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BD_%D0%93.,_%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BD_%D0%A2._%D0%A1%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA_%D0%BF%D0%BE_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B51970), с. 33.
4. [↑](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-4) [Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%9B%D0%B8%D1%83%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D1%8F_%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B8_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D1%85_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB)
5. [↑](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-5) См. А. Я. Хинчин, [Цепные дроби](http://ilib.mccme.ru/djvu/hinchin-cep-dr.htm), М. ГИФМЛ, 1960, §§ 4, 10.
6. [↑](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-6) [Фихтенгольц, Григорий Михайлович](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D1%85%D1%82%D0%B5%D0%BD%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%86%2C_%D0%93%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87). Курс дифференциального и интегрального исчисления Том. 1. Введение, § 4 // [Мат. анализ на EqWorld](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm)
7. [↑](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%8C#cite_ref-7) Cooke, Roger. Classical algebra: its nature, origins, and uses. — John Wiley and Sons, 2008. — P. 59. — [ISBN 0-470-25952-3](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BB%D1%83%D0%B6%D0%B5%D0%B1%D0%BD%D0%B0%D1%8F%3A%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B8_%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3/0470259523).